

Entropie in der Atmosphäre

Dipl.-Physiker Jochen Ebel

19. April 2011

Inhaltsverzeichnis

1	Grundlegende Gleichungen	2
1.1	Vorbemerkung	2
1.2	Entropie	2
1.3	Wärmegehalt	3
1.4	Barometrische Höhenformel	3
1.5	Weitere Einflußgrößen	3
1.5.1	Die Luftbewegung	3
1.5.2	Die Feuchtigkeit in der Atmosphäre	4
2	Entropie der Atmosphäre	4
2.1	Grundlegendes	4
2.2	Beispiele	5
2.3	Wärmegehalt	7
3	Zahlenbeispiele	8
3.1	Konstanten	8
3.2	Bezugsatmosphäre: 288 K, 220 K	9
3.2.1	isotherme Atmosphäre – gleiche Entropie	9
3.2.2	isotherme Atmosphäre – gleicher Wärmeinhalt	9
3.3	Höherer Treibhauseffekt: 289 K, 217 K	9
3.3.1	isotherme Atmosphäre – gleiche Entropie	10
3.3.2	isotherme Atmosphäre – gleicher Wärmeinhalt	10
3.4	Atmosphärenvergleich	10
4	Schlußfolgerung	11
5	Verzeichnisse	11
	Tabellenverzeichnis	11
	Literaturverzeichniss	11

1 Grundlegende Gleichungen

1.1 Vorbemerkung

Die Entropie ist eine wichtige Größe der Physik, um - vereinfacht zu sagen - zu untersuchen, wie in komplizierteren Fällen netto immer Wärme von warm nach kalt strömt. Das wird durch den II. Hauptsatz der Thermodynamik beschrieben.

Ohne es im Nachfolgenden ausdrücklich zu bemerken, sind immer flächenbezogene Größen gemeint. Außerdem sind zum leichteren Nachvollziehen der Rechnungen weitgehend alle Zwischenschritte der Rechnungen mit aufgeführt.

1.2 Entropie

Die Menge m eines idealen Gases habe bei einem bestimmten Zustand T_0 und p_0 einen Entropiegehalt S_0 .

Die Definition der Entropieänderung lautet bei reversiblen Vorgängen:

$$dS = \frac{dQ}{T} \quad (1)$$

Ein ideales Gas hat bei konstantem Druck auch eine konstante Wärmekapazität c_p . Bei einer Temperaturänderung gilt deshalb für eine Wärmemenge dQ :

$$dQ = m * c_p * dT \quad (2)$$

Wird Gleichung (2) in Gleichung (1) eingesetzt, wird:

$$dS = \frac{m * c_p * dT}{T} = m * c_p * \frac{dT}{T} \quad (3)$$

Durch Integration wird:

$$S = S_0 + m * c_p * \ln \left(\frac{T}{T_0} \right) \quad (4)$$

Eine adiabatische Druckänderung wird durch folgende Beziehung zwischen Entropie und Druck mit dem Isotropenexponenten κ beschrieben (siehe auch [Herwig und Kautz, 2008, S. 130]):

$$S = S_0 + m * c_p * \left[\ln \left(\frac{T}{T_0} \right) - \kappa * \ln \left(\frac{p}{p_0} \right) \right] \quad (5)$$

Besonders deutlich sieht man die Richtigkeit dieser Beziehung bei einer adiabatischen Druckänderung (z. B. schnelle Vertikalzirkulation in der Atmosphäre). Bei einer adiabatischen Druckänderung ändert sich die Entropie nicht, d. h. die eckige Klammer in Gleichung (5) muß 0 sein. Damit wird:

$$\left[\ln \left(\frac{T}{T_0} \right) - \kappa * \ln \left(\frac{p}{p_0} \right) \right] \stackrel{!}{=} 0 \quad \text{für adiabatische Druckänderung} \quad (6)$$

Die Lösung von Gleichung (6) lautet:

$$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{p}{p_0} \right)^\kappa \quad \Rightarrow \quad T = T_0 \left(\frac{p}{p_0} \right)^\kappa \quad (7)$$

Gleichung (7) ist die bekannte adiabatische Beziehung.

1.3 Wärmegehalt

Wegen der konstanten Wärmekapazität ist die Angabe der gespeicherten Wärme sehr einfach:

$$Q = m * c_p * T \quad (8)$$

1.4 Barometrische Höhenformel

In der Atmosphäre herrschen unterschiedliche Temperaturen und Drücke vor. Fest ist nur die Gesamtmasse der Atmosphäre bzw. der Oberflächendruck p_0 . Da die Entropie auf die Masse bezogen ist, wird die barometrische Höhenformel gebraucht, die beschreibt, daß die Druckänderung mit der Höhe aus der Änderung des Gewichts der darüber liegenden Luftmassen mit der Dichte ρ bei der Schwerkraft g resultiert (in der Umformung ist das »Minuszeichen« vernachlässigt, weil nur der Betrag der Masse interessiert):

$$\frac{dp}{dh} = -\rho * g \quad \Rightarrow \quad dm = \rho * dh = \frac{dp}{g} \quad (9)$$

1.5 Weitere Einflußgrößen

Hauptsächlich kämen dafür in Betracht:

- Die Luftbewegung
- Die Feuchtigkeit in der Atmosphäre

1.5.1 Die Luftbewegung

Auf die Entropie hat die Luftbewegung kaum Einfluß:

1. Übergänge von ruhender Luft zu bewegter Luft kompensieren sich weitgehend.
2. Bewegte Luft hat fast die gleiche Entropie wie ruhende Luft.
3. Entropie entsteht beim Abbremsen bewegter Luft – aber das ist nicht viel. Dazu betrachten wir die Geschwindigkeit, die zu 1 K gehört. Das Gleichsetzen von kinetischer Energie und Wärme liefert:

$$\begin{aligned} \frac{m}{2} v^2 &= m * c_p * \Delta T \\ \frac{1}{2} v^2 &= c_p * \Delta T \\ v^2 &= 2 * c_p * \Delta T \\ v &= \sqrt{2 * c_p * \Delta T} \\ v &= \sqrt{2 * 1005 \frac{\text{Ws}}{\text{kg K}} * 1 \text{ K}} \\ v &= 44,8 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 161 \frac{\text{km}}{\text{h}} \end{aligned} \quad (10)$$

Obwohl schon die Temperaturänderung mit 1 K schon recht groß ist (aber noch klein gegenüber den Temperaturunterschieden in der Atmosphäre) kommen so heftige Stürme mit über 161 km/h (Windstärke 12) selten vor.

Anmerkung: Bei der Leistung von Windrädern ist eine v^3 -Abhängigkeit gegeben. Das resultiert daraus, daß zusätzlich zur v^2 -Abhängigkeit der Massendurchsatz an Windrädern proportional der Geschwindigkeit ist – aber hier ist auch die erwärmte Luftmenge proportional der Masse.

1.5.2 Die Feuchtigkeit in der Atmosphäre

Wasserdampf hat zwar eine höhere Entropie als Luft¹⁾, hat aber nur in ganz wenigen Bereichen der Atmosphäre einen Anteil $X > 0,01$ (siehe [Herwig und Kautz, 2008, Diagramm S. 133] – und kann deshalb außer Betracht bleiben – ganz abgesehen davon, daß die Feuchtigkeit in dem feuchtadiabatischen κ teilweise berücksichtigt ist.

2 Entropie der Atmosphäre

2.1 Grundlegendes

Aus Gleichung (5 auf Seite 2) ergibt sich für einen Massenanteil dm folgender Entropieanteil dS ohne explizite Nennung von S_0 :

$$dS = dm * c_p * \left[\ln \left(\frac{T}{T_0} \right) - \kappa * \ln \left(\frac{p}{p_0} \right) \right] = c_p * \left[\ln \left(\frac{T}{T_0} \right) - \kappa * \ln \left(\frac{p}{p_0} \right) \right] * dm \quad (11)$$

In Gleichung (11) wird nun Gleichung (9 auf der vorherigen Seite) eingesetzt und es ergibt sich:

$$dS = c_p * \left[\ln \left(\frac{T}{T_0} \right) - \kappa * \ln \left(\frac{p}{p_0} \right) \right] * \frac{dp}{g} = \frac{c_p}{g} * \left[\ln \left(\frac{T}{T_0} \right) - \kappa * \ln \left(\frac{p}{p_0} \right) \right] * dp \quad (12)$$

Die Gesamtentropie der Atmosphäre ergibt sich aus der Integration von Gleichung (12) über den gesamten Druckbereich der Atmosphäre:

$$\Delta S' = \frac{c_p}{g} * \int_0^{p_0} \left[\ln \left(\frac{T(p)}{T_0} \right) - \kappa * \ln \left(\frac{p}{p_0} \right) \right] * dp \quad (13)$$

Die Integration über den rechten Term in der eckigen Klammer kann sofort ausgeführt

1) spez. Wärme [Herwig und Kautz, 2008, S. 130]

$$\text{trockene Luft} \quad c_p = 1,0046 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

$$\text{Wasserdampf} \quad c_p = 1,863 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$$

Tabelle 1: Wärmekapazitäten

werden (siehe [Bronstein u. a., 2008, S. 1103, Formel 465]):

$$\begin{aligned}
 \int_0^{p_0} \left[-\kappa * \ln \left(\frac{p}{p_0} \right) \right] * dp &= -\kappa * \int_0^{p_0} \ln \left(\frac{p}{p_0} \right) * dp \\
 &= -\kappa * p_0 \int_0^1 \ln x * dx \\
 &= -\kappa * p_0 [x \ln x - x]_0^1 \\
 &= -\kappa * p_0 [1 \ln 1 - 1 - \lim_{x \rightarrow 0} (x \ln x) + 0] \\
 &= -\kappa * p_0 [1 * 0 - 1 - 0 + 0] \\
 &= \kappa * p_0
 \end{aligned} \tag{14}$$

Der konstante Term $c_p * \kappa * p_0/g$ kann noch mit in die Bezugsentropie S_0 einbezogen werden, so daß aus Gleichung (13 auf der vorherigen Seite) mit einem verändertem ΔS wird (nur noch die Temperaturfunktion ist interessant):

$$\Delta S = \frac{c_p}{g} * \int_0^{p_0} \ln \left(\frac{T(p)}{T_0} \right) * dp \tag{15}$$

2.2 Beispiele

Dafür wird die Atmosphäre idealisiert - aber nur wenig. Die Atmosphäre ist zweigeteilt in Troposphäre und Stratosphäre. In der Troposphäre wird ein konstanter Temperaturgradient angenommen, der sehr gut mit Gleichung (7 auf Seite 2) beschrieben wird. Allerdings muß die Oberflächentemperatur nicht unbedingt immer T_0 betragen, sondern kann beispielsweise einen Wert T_1 haben. Damit wird aus Gleichung (7 auf Seite 2):

$$T = T_1 \left(\frac{p}{p_0} \right)^\kappa \tag{16}$$

Über der Troposphäre ist die Stratosphäre, die eine einheitliche Temperatur T_S haben soll. Das trifft auch für den größten Teil der Stratosphäre²⁾ real zu, allerdings steigt in der Ozonspitze die Temperatur. Da aber diese Ozonspitze (druckmäßig) klein ist, wird die Entropie nur wenig zu klein berechnet. Da diese Ozonspitze sowieso immer auftritt, kann sie näherungsweise in die gedachte Bezugsentropie S_0 einbezogen sein, der Fehler ist also minimal, wenn mit konstanter Temperatur gerechnet wird.

Wenn T_1 und T_S vorgegeben sind, ist wegen Gleichung (16) auch der Tropopausendruck p_T bestimmt:

$$T_S = T_1 \left(\frac{p_T}{p_0} \right)^\kappa \quad \Rightarrow \quad \frac{T_S}{T_1} = \left(\frac{p_T}{p_0} \right)^\kappa \quad \Rightarrow \quad \left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} = \frac{p_T}{p_0} \tag{17}$$

2) Der Anteil der Stratosphäre an der Gesamtatmosphäre kann in verschiedenen Größen angegeben werden. Der Höhenvergleich ist im Treibhaus-Zusammenhang unzweckmäßig - deswegen wird der massenmäßige bzw. Druck-Anteil genommen.

Wegen der zwei unterschiedlichen Temperaturverläufe zerfällt das Integral in Gleichung (15 auf der vorherigen Seite) in 2 Teilintegrale:

$$\Delta S = \frac{c_p}{g} * \left[\int_0^{p_T} \ln \left(\frac{T(p)}{T_0} \right) * dp + \int_{p_T}^{p_0} \ln \left(\frac{T(p)}{T_0} \right) * dp \right] \quad (18)$$

In Gleichung (18) werden die Temperaturverläufe eingesetzt:

$$\Delta S = \frac{c_p}{g} * \left[\int_0^{p_T} \ln \left(\frac{T_S}{T_0} \right) * dp + \int_{p_T}^{p_0} \ln \left(\frac{T_1}{T_0} * \left(\frac{p}{p_0} \right)^\kappa \right) * dp \right] \quad (19)$$

Die Lösung des linken Integrals kann wegen des konstanten Integranden sofort angegeben werden, im rechten Integral ist der Integrand umzuformen:

$$\begin{aligned} \Delta S &= \frac{c_p}{g} * \left[p_T * \ln \left(\frac{T_S}{T_0} \right) + \int_{p_T}^{p_0} \left\{ \ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right) + \ln \left(\frac{p}{p_0} \right)^\kappa \right\} * dp \right] \\ &= \frac{c_p}{g} * \left[p_T * \ln \left(\frac{T_S}{T_0} \right) + \int_{p_T}^{p_0} \left\{ \ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right) + \kappa * \ln \left(\frac{p}{p_0} \right) \right\} * dp \right] \\ &= \frac{c_p}{g} * \left[p_T * \ln \left(\frac{T_S}{T_0} \right) + \ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right) * (p_0 - p_T) + \kappa * \int_{p_T}^{p_0} \ln \left(\frac{p}{p_0} \right) * dp \right] \\ &= \frac{c_p}{g} * \left[p_T * \ln \left(\frac{T_S}{T_0} \right) + \ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right) * (p_0 - p_T) + \kappa * p_0 * \int_{p_T/p_0}^1 \ln x * dx \right] \quad (20) \\ &= \frac{c_p}{g} * \left[p_T * \ln \left(\frac{T_S}{T_0} \right) + \ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right) * (p_0 - p_T) + \kappa * p_0 * [x \ln x - x]_{p_T/p_0}^1 \right] \\ &= \frac{c_p}{g} * \left[p_T \ln \left(\frac{T_S}{T_0} \right) + \ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right) (p_0 - p_T) + \kappa p_0 \left\{ 1 \ln 1 - 1 - \frac{p_T}{p_0} \ln \left(\frac{p_T}{p_0} \right) + \frac{p_T}{p_0} \right\} \right] \\ &= \frac{c_p * p_0}{g} * \left[\frac{p_T}{p_0} * \ln \left(\frac{T_S}{T_0} \right) + \ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right) * \left(1 - \frac{p_T}{p_0} \right) + \kappa * \left\{ \frac{p_T}{p_0} - 1 - \frac{p_T}{p_0} \ln \left(\frac{p_T}{p_0} \right) \right\} \right] \end{aligned}$$

In Gleichung (20 auf der vorherigen Seite) wird nun Gleichung (17 auf Seite 5) eingesetzt:

$$\begin{aligned}
\Delta S &= \frac{c_p * p_0}{g} * \left[\left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} * \ln \left(\frac{T_S}{T_0} \right) + \ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right) * \left(1 - \left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \right) + \right. \\
&\quad \left. \kappa * \left\{ \left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} - 1 - \left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \ln \left(\left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \right) \right\} \right] \\
&= \frac{c_p * p_0}{g} * \left[\left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} * \ln \left(\frac{T_S}{T_0} \right) + \ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right) * \left(1 - \left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \right) + \right. \\
&\quad \left. \kappa * \left\{ \left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} - 1 \right\} - \left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \ln \left(\frac{T_S}{T_1} \right) \right] \tag{21} \\
&= \frac{c_p * p_0}{g} \left[\left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \left\{ \ln \left(\frac{T_S}{T_0} \right) - \ln \left(\frac{T_S}{T_1} \right) \right\} + \ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right) * \left(1 - \left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \right) + \right. \\
&\quad \left. \kappa * \left\{ \left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} - 1 \right\} \right] \\
&= \frac{c_p p_0}{g} \left[\left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \left\{ \ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right) \right\} + \ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right) \left(1 - \left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \right) + \kappa \left\{ \left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} - 1 \right\} \right] \\
&= \frac{c_p * p_0}{g} \left[\ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right) + \kappa \left\{ \left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} - 1 \right\} \right]
\end{aligned}$$

2.3 Wärmegehalt

Aus Gleichung (8 auf Seite 3) folgt für die Wärmemenge in Abweichung von T_0 :

$$dQ = c_p * (T - T_0) * dm \tag{22}$$

Mit Gleichung (9 auf Seite 3) wird aus Gleichung (22)

$$dQ = c_p * (T - T_0) * \frac{dp}{g} = \frac{c_p}{g} * (T - T_0) * dp \tag{23}$$

Für die ganze Wärme ist wieder über den ganzen Druckbereich zu integrieren:

$$Q = \frac{c_p}{g} * \int_0^{p_0} (T - T_0) * dp = \frac{c_p}{g} * \left[\int_0^{p_0} T dp - T_0 * p_0 \right] \tag{24}$$

Der konstante Anteil wird weggelassen und nur der Anteil der veränderlichen Temperatur betrachtet:

$$\Delta Q = \frac{c_p}{g} * \int_0^{p_0} T dp \tag{25}$$

Analog Gleichung (19 auf Seite 6) werden wieder die Temperaturen eingesetzt:

$$\Delta Q = \frac{c_p}{g} * \left[\int_0^{p_T} T_S * dp + \int_{p_T}^{p_0} T_1 \left(\frac{p}{p_0} \right)^\kappa * dp \right] \quad (26)$$

Die Integrationen ergeben:

$$\begin{aligned} \Delta Q &= \frac{c_p}{g} * \left[T_S * p_T + T_1 * p_0 \int_{p_T/p_0}^1 x^\kappa * dx \right] \\ &= \frac{c_p}{g} * \left\{ T_S * p_T + T_1 * p_0 \left[\frac{x^{\kappa+1}}{\kappa+1} \right]_{p_T/p_0}^1 \right\} \\ &= \frac{c_p * p_0}{g} * \left\{ T_S * \frac{p_T}{p_0} + \frac{T_1}{\kappa+1} \left[1 - \left(\frac{p_T}{p_0} \right)^{\kappa+1} \right] \right\} \end{aligned} \quad (27)$$

In Gleichung (27) wird nun Gleichung (17 auf Seite 5) eingesetzt:

$$\begin{aligned} \Delta Q &= \frac{c_p * p_0}{g} * \left\{ T_S * \left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} + \frac{T_1}{\kappa+1} \left[1 - \left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right] \right\} \\ &= \frac{c_p * p_0 * T_1}{g} * \left\{ \frac{T_S}{T_1} * \left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} + \frac{1}{\kappa+1} \left[1 - \left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right] \right\} \\ &= \frac{c_p * p_0 * T_1}{g} * \left\{ \left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} + \frac{1}{\kappa+1} \left[1 - \left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right] \right\} \\ &= \frac{c_p * p_0 * T_1}{g * (\kappa+1)} * \left\{ (\kappa+1) * \left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} + 1 - \left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right\} \\ &= \frac{c_p * p_0 * T_1}{g * (1+\kappa)} * \left\{ 1 + \kappa * \left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right\} \end{aligned} \quad (28)$$

3 Zahlenbeispiele

3.1 Konstanten

Bei allen Zahlenbeispielen werden folgende Konstanten verwendet:

p_0	1013 mbar = $1,013 \times 10^5$ Pa	Druck an der Oberfläche
c_p	$1005 \frac{\text{Ws}}{\text{kg K}}$	Wärmekapazität des idealen Gases (gute Näherung der Atmosphäre)
κ	0,19	Adiabatenkoeffizient (feuchtadiabatischer Wert der Atmosphäre)
g	$9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	Erdbeschleunigung
T_0	273 K \approx 0°C	Wert beliebig, aber dieser Wert gewählt

Tabelle 2: Verwendete Konstanten

Damit entsteht folgende Kombination der Konstanten:

$$\frac{c_p * p_0}{g} = \frac{1005 \frac{\text{Ws}}{\text{kg K}} * 1,013 \times 10^5 \text{ Pa}}{9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1,038 \times 10^7 \frac{\text{Ws}}{\text{m}^2 \text{ K}} \quad (29)$$

3.2 Bezugsatmosphäre: 288 K, 220 K

Als Bezugsatmosphäre wird eine Atmosphäre mit folgenden Daten verwendet:

T_1	288 K	Oberflächentemperatur
T_S	220 K	Stratosphärentemperatur

Tabelle 3: Bezugsatmosphäre

Mit diesen Daten und Gleichung (21 auf Seite 7) wird:

$$\Delta S = \frac{c_p * p_0}{g} \left[\ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right) + \kappa \left\{ \left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} - 1 \right\} \right] = -9,3911 \times 10^5 \frac{\text{Ws}}{\text{m}^2 \text{ K}} \quad (30)$$

Mit diesen Daten und Gleichung (28 auf der vorherigen Seite) wird:

$$\Delta Q = \frac{c_p * p_0 * T_1}{g * (1 + \kappa)} * \left\{ 1 + \kappa * \left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right\} = 2,600 48 \times 10^9 \frac{\text{Ws}}{\text{m}^2} \quad (31)$$

3.2.1 isotherme Atmosphäre – gleiche Entropie

Für eine isotherme Atmosphäre muß $T_S = T_1$ sein und so gewählt werden, daß die Entropie nach Gleichung (30) erhalten bleibt. Dabei sinkt der Wärmegehalt der Atmosphäre:

$$T_S = T_1 = 249,38 \text{ K} \quad \text{und} \quad \Delta \Delta Q = -1,186 \times 10^7 \frac{\text{Ws}}{\text{m}^2} \quad (32)$$

3.2.2 isotherme Atmosphäre – gleicher Wärmeinhalt

Für eine isotherme Atmosphäre muß $T_S = T_1$ sein, aber so gewählt werden, daß die Wärme nach Gleichung (28 auf der vorherigen Seite) erhalten bleibt. Dabei steigt die Entropie der Atmosphäre:

$$T_S = T_1 = 250,53 \text{ K} \quad \text{und} \quad \Delta \Delta S = 4,746 \times 10^4 \frac{\text{Ws}}{\text{m}^2 \text{ K}} \quad (33)$$

3.3 Höherer Treibhauseffekt: 289 K, 217 K

Durch einen höheren Treibhauseffekt steigt die Oberflächentemperatur und wegen Erhaltung des Strahlungsgleichgewicht sinkt die Stratosphärentemperatur. Gewählt wird eine Atmosphäre, wo die Oberflächentemperatur um 1 K erhöht wird. Nach den Beobachtungen und den von Satelliten gemessenen Spektralkurven sinkt dabei die Stratosphärentemperatur etwa um das Dreifache, bei einer Oberflächentemperaturänderung um 1 K also um ca. 3 K. Für diese veränderte Atmosphäre wird folglich eine Atmosphäre mit folgenden Daten verwendet:

T_1	289 K	Oberflächentemperatur
T_S	217 K	Stratosphärentemperatur

Tabelle 4: Bezugsatmosphäre

Mit diesen Daten und Gleichung (21 auf Seite 7) wird:

$$\Delta S = \frac{c_p * p_0}{g} \left[\ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right) + \kappa \left\{ \left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} - 1 \right\} \right] = -9,4448 \times 10^5 \frac{\text{Ws}}{\text{m}^2 \text{K}} \quad (34)$$

Mit diesen Daten und Gleichung (28 auf Seite 8) wird:

$$\Delta Q = \frac{c_p * p_0 * T_1}{g * (1 + \kappa)} * \left\{ 1 + \kappa * \left(\frac{T_S}{T_1} \right)^{\frac{\kappa+1}{\kappa}} \right\} = 2,600 46 \times 10^9 \frac{\text{Ws}}{\text{m}^2} \quad (35)$$

3.3.1 isotherme Atmosphäre – gleiche Entropie

Für eine isotherme Atmosphäre muß wieder $T_S = T_1$ sein und so gewählt werden, daß die Entropie nach Gleichung (30 auf der vorherigen Seite) erhalten bleibt. Dabei sinkt der Wärmegehalt der Atmosphäre:

$$T_S = T_1 = 249,26 \text{ K} \quad \text{und} \quad \Delta \Delta Q = -1,318 \times 10^7 \frac{\text{Ws}}{\text{m}^2} \quad (36)$$

3.3.2 isotherme Atmosphäre – gleicher Wärmeinhalt

Für eine isotherme Atmosphäre muß wieder $T_S = T_1$ sein, aber so gewählt werden, daß die Wärme nach Gleichung (28 auf Seite 8) erhalten bleibt. Dabei steigt die Entropie der Atmosphäre:

$$T_S = T_1 = 250,53 \text{ K} \quad \text{und} \quad \Delta \Delta S = 5,274 \times 10^4 \frac{\text{Ws}}{\text{m}^2 \text{K}} \quad (37)$$

3.4 Atmosphärenvergleich

Größe	288/220 K	289/217 K	Differenz
ΔS	$-9,3911 \times 10^5 \frac{\text{Ws}}{\text{m}^2 \text{K}}$	$-9,4448 \times 10^5 \frac{\text{Ws}}{\text{m}^2 \text{K}}$	$-5,373 \times 10^3 \frac{\text{Ws}}{\text{m}^2 \text{K}}$
ΔQ	$2,600 48 \times 10^9 \frac{\text{Ws}}{\text{m}^2}$	$2,600 46 \times 10^9 \frac{\text{Ws}}{\text{m}^2}$	$-2,276 \times 10^4 \frac{\text{Ws}}{\text{m}^2}$
isotherm-Wärme	250,53 K	250,53 K	-0,002 K
$\Delta \Delta S$	$4,746 \times 10^4 \frac{\text{Ws}}{\text{m}^2 \text{K}}$	$5,274 \times 10^4 \frac{\text{Ws}}{\text{m}^2 \text{K}}$	$5,282 \times 10^3 \frac{\text{Ws}}{\text{m}^2 \text{K}}$
isotherm-Entropie	249,38 K	249,26 K	-0,12 K
$\Delta \Delta Q$	$-1,186 \times 10^7 \frac{\text{Ws}}{\text{m}^2}$	$-1,318 \times 10^7 \frac{\text{Ws}}{\text{m}^2}$	$-1,317 \times 10^6 \frac{\text{Ws}}{\text{m}^2}$

Tabelle 5: Atmosphärenvergleich

4 Schlußfolgerung

Wie zu erwarten war, widerspricht ein erhöhter Treibhauseffekt nicht dem II. Hauptsatz der Thermodynamik. Etwas überraschend für den Autor war es, daß sowohl die Entropie als auch der Wärmeinhalt der Atmosphäre bei erhöhter Oberflächentemperatur abnehmen. Damit sind alle Energie- und Entropie-Argumente, mit denen die angebliche Unmöglichkeit eines erhöhten Treibhauseffektes begründet wird, als gegenstandslos bewiesen.

Auch interessant: Zur Aufrechterhaltung der »niedrigen« Entropie der Atmosphäre ist der ständige Energiestrom von der Sonne erforderlich. Ohne diesen Energiestrom würde die Entropie der Atmosphäre steigen, wie Tabelle 5 auf der vorherigen Seite zeigt. Auch bei Erhalt des Wärmeinhalts der Atmosphäre würde also bei Wegfall der Solarstrahlung die Entropie steigen. Allerdings würde sich anschließend die Atmosphäre abkühlen, da der Energiestrom aus den Treibhausgasen anhält, die Nachlieferung von Solarenergie aber wegfällt. Wegen der Abkühlung würde dann auch die Entropie sinken.

Der ständige Energiestrom von der Sonne zur Aufrechterhaltung der niedrigen Entropie ist vergleichbar mit der Nahrungsaufnahme der Lebewesen. Ohne ständige Energieaufnahme und Energieabgabe können die Lebewesen die zum Leben erforderliche niedrige Entropie nicht halten. Die Folge keiner Energieaufnahme ist der Eintritt des Todes und steigende Entropie.

5 Verzeichnisse

Tabellenverzeichnis

1	Wärmekapazitäten	4
2	Verwendete Konstanten	8
3	Bezugsatmosphäre	9
4	Bezugsatmosphäre	10
5	Atmosphärenvergleich	10

Literaturverzeichnis

[Bronstein u. a. 2008] BRONSTEIN, I. N. ; SEMENDAJEW, A. K. ; MUSIOL, G. ; MÜHLIG, H.: *Taschenbuch der Mathematik*. 7. Auflage. Frankfurt am Main : Wissenschaftlicher Verlag Harri Deutsch GmbH, 2008. – ISBN 978-3-8171-2017-8

[Herwig und Kautz 2008] HERWIG, Heinz ; KAUTZ, Christian H.: *Technische Thermodynamik A-Z*. Hamburg : TuTech Innovation GmbH, 2008. – <http://www.tt-a-z.de/download/LP02.pdf>. – ISBN 978-3-8273-7234-5